

USO DE SERIES DE FOURIER PARA PREDICCIÓN CLIMATOLÓGICA

Eddi Alejandro Vanegas Chacón



Resumen

La predicción climatológica permite conocer las variaciones futuras de los factores que componen el clima de una región. Estas variaciones, de diferente duración, proporcionan información precisa acerca de la variabilidad del clima, lo que es utilizado para la planificación de actividades agrícolas, control de heladas, actividades en alta mar, vuelos aéreos, etc. Actualmente la predicción del clima es parte de las noticias que se presentan en los medios de comunicación.

En este artículo se da a conocer la aplicabilidad de las ecuaciones diferenciales parciales utilizadas en la predicción numérica de la precipitación media mensual para el Valle de Guatemala durante los últimos 25 años. Se utilizó como información base la serie de datos de precipitación media mensual de la serie 1980-1987 de INSIVUMEH, posteriormente se calibró la Serie de Fourier, caso de la combinación de las funciones del seno y coseno, para un número finito de 12 meses. Posteriormente se validó el modelo para la serie 1990-1995 y finalmente se realizaron las predicciones para el año 2000.

Los principales resultados muestran un balance hídrico climatológico que muestra la precipitación estimada para el año 2000 vrs la evapotranspiración promedio de la serie 1996-1999, que indica: de enero hasta mediados de abril una zona de déficit de agua en el suelo; de mediados de abril a junio, recarga de humedad del suelo; de junio hasta mediados de

octubre exceso de precipitación y de mediados de octubre a diciembre una zona de agotamiento de humedad. Para dar inicio nuevamente al proceso armónico de déficit y así sucesivamente, poniendo de manifiesto el inminente comportamiento periódico del parámetro precipitación en países subtropicales. También se analizó la diferencia en el volumen de agua de lluvia entre los años 1970-1975 y los estimados para el año 2,000, observando: evidencia en la disminución de la lluvia y cambios en los periodos de canícula en los últimos 25 años, que se puede explicar de muchas maneras, siendo las más predominantes, la tala inmoderada en las cuencas aledañas al valle de Guatemala, crecimiento urbano sin ordenamiento alguno y presencia de fenómenos meteorológicos que han influido los regímenes de lluvia, tal como el fenómeno de *El Niño* y el huracán Mich.

Para concluir se presentan las principales limitaciones de los modelos numéricos en la predicción del tiempo, haciendo énfasis en: el estado inicial del modelo, la carencia y baja calidad de la parametrización de la variable en estudio y una resolución escasa para la descripción de los componentes del clima.

INTRODUCCIÓN

La información de predicción climatológica es de amplia difusión, en los diarios nacionales como Prensa Libre o Siglo Veintiuno.

La predicción climatológica, comúnmente adopta la denominación inglesa de *Weather Forecast*, la que permite conocer las variaciones futuras de los principales factores que componen el clima de una región. Estas variaciones pueden ser horarias, diarias, mensuales o anuales, proporcionando información precisa acerca de la variabilidad del clima lo que es utilizado para la planificación de actividades agrícolas (laboreo de la tierra, siembra, aplicación de pesticidas, etc), control de heladas, actividades en alta mar, vuelos aéreos o simplemente para información poblacional para saber como vestir, proteger su salud y disfrutar del diario que hacer.

La información de predicción climatológica es de amplia difusión por ejemplo en los diarios naciona-

les como *Prensa Libre* o *Siglo Veintiuno*, de fácil acceso en Internet al consultar algunas páginas como *weather.com* o *Yahoo.weather.com* donde se puede leer información acerca de la predicción climatológica para tres días que incluye ciudad capital de Guatemala y principales ciudades como Quetzaltenango y Puerto Barrios.

Pero, ¿conocemos en realidad la forma cómo se realiza la predicción del tiempo? Desde tiempos remotos ésta se realizó mediante el registro en el tiempo de fenómenos naturales que solían repetirse en intervalos de tiempo más o menos constantes, hoy día, esto es referido al movimiento armónico de la representación gráfica de los factores que componen el clima como lo son: las horas luz, la temperatura, la precipitación, la evapotranspiración y la humedad, entre otros. Así pues, si se analiza el comportamiento gráfico de estos factores mediante un análisis matemático se llega a la conclusión que muchos de ellos siguen un patrón trigonométrico casi exacto relacionado con las funciones del seno y coseno, lo que permite la representación de manifestaciones meteorológicas mediante modelos matemáticos de funciones armónicas de frecuencia natural cuya amplitud varía periódicamente en el tiempo, tal es el caso típico del comportamiento de la temperatura en países europeos y parte norte del Asia o bien de la precipitación en climas subtropicales.

El objetivo primario del presente artículo es dar a conocer la aplicabilidad de las ecuaciones diferenciales parciales en la predicción numérica del tiempo y poner de manifiesto los cambios climáticos que han surgido en el valle de Guatemala durante los últimos 25 años, producto de la degradación ambiental y contaminación que genera el crecimiento de nuestra

¿Conocemos en realidad la forma cómo se realiza la predicción del tiempo?.

El objetivo del presente artículo es dar a conocer la aplicabilidad de las ecuaciones diferenciales parciales en la predicción numérica del tiempo y poner de manifiesto los cambios climáticos que han surgido en el valle de Guatemala durante los últimos 25 años.

ciudad al no seguir patrón alguno en cuanto al desarrollo urbanístico.

I. INFORMACIÓN BASE

Mediante la representación gráfica de la información numérica base (*input*) de los factores atmosféricos que ejercen fuerte influencia sobre el clima de una región, es posible realizar balances hídricos climatológicos, entre otras representaciones, que permiten observar con facilidad periodos críticos de exceso o déficit y/o repetición periódica de manifestaciones naturales que influyen directamente sobre el tempero o sazón que adquiere la tierra para su laboreo. Aquí se presenta el caso específico de la Precipitación media mensual, para lo que se consideran varias series promedio de datos (se utilizaron las series de datos más confiables que ofrece INSIVUMEH). Los llamados valores base, son la serie media mensual de 1980-1987, los que se detallan en el cuadro 1.

Cuadro 1
VALORES MEDIOS MENSUALES DE
PRECIPITACIÓN (PP) EXPRESADA EN MM. PARA EL
VALLE DE GUATEMALA, SERIE DE DATOS 1980-1987. INSIVUMEH

	E	F	M	A	M	J
Pp	9.38	6.69	13.52	23.69	110.01	193.66
	J	A	S	O	N	D
Pp	159.43	124.79	225.22	100.5	11.56	4.22

II. ANÁLISIS NUMÉRICO

Una vez que se cuenta con un *input* o información numérica básica; se aplica un modelo numérico de predicción del tiempo, este modelo puede ser una serie del seno o coseno. Sin embargo la serie con ambas funciones, seno y coseno, es recomendable ya que las otras series son únicamente casos especiales de esta serie más general. En términos matemáticos, en problemas con la condición límite periódico en un intervalo de tiempo finito, por ejemplo en el intervalo cerrado $-L \leq x \leq L$, la llamada ***Serie de Fourier*** es de gran utilidad:

$$f(x) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos \frac{n \pi x}{L} + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \operatorname{sen} \frac{n \pi x}{L}$$

Joseph Fourier desarrolló este tipo de serie en su famoso tratado acerca del flujo del calor en los primeros años de 1880 como lo menciona Haberman R. [1987].

Donde; a_0 es el coeficiente primario de la serie, a_n y b_n son coeficientes de la Serie del Seno y Coseno respectivamente.

$n\pi x/L$ es el argumento angular de las funciones Seno y Coseno.

Si la serie es convergente, utilizando integrales ortogonales se pueden calcular los coeficientes anteriormente descritos de la siguiente manera para el intervalo $-L \leq x \leq L$:

$$a_0 = \frac{1}{2L} \int_{-L}^L f(x) dx$$

$$a_n = \frac{1}{L} \int_{-L}^L f(x) \cos \frac{n\pi x}{L} dx$$

$$b_n = \frac{1}{L} \int_{-L}^L f(x) \operatorname{sen} \frac{n\pi x}{L} dx$$

Si el intervalo $-L \leq x \leq L$, representa los doce meses del año como fundamento finito de la serie ($N = 12$) que entonces se convierte en una aproximación de la serie misma con frecuencias naturales igual a la magnitud de $|L| = n = 6$; se tiene la aproximación siguiente [Vanegas Eddi, 1998]:

$$F_{(x)} = A_0 + \sum_{n=1}^N (A_n \operatorname{Cos} n\omega x_i + B_n \operatorname{Sen} n\omega x_i)$$

Siendo los coeficientes de la aproximación de la serie finita para $N = 12$:

$$A_0 = 1/N \sum_{i=1}^N Y_i$$

$$A_n = 1/n \sum_{i=1}^N Y_i \operatorname{Cos}(n\omega x_i)$$

$$B_n = 1/n \sum_{i=1}^N Y_i \operatorname{Sen}(n\omega x_i)$$

Donde

$n = 1, 2, \dots, 6$

$\omega = \text{Frecuencia } \pi/6.$

$Y_i = \text{Valor observado}$

$X_i = \text{Mes}$

III. CALIBRACIÓN DEL MODELO MATEMÁTICO

Utilizando el modelo matemático

$$F_{(x)} = A_o + \sum_{n=1}^N (A_n \cos nwx_i + B_n \sin nwx_i)$$

y considerando como *input* los valores descritos en el cuadro 1, haciendo uso de la hoja electrónica Excel tal como se muestra paso a paso en la publicación "Aplicaciones de la Serie de Fourier, Un Enfoque Agrícola" [Vanegas Eddi, 1998] se determinaron los valores estimados de precipitación, que permitieron calibrar el modelo en relación con la serie de datos promedio de 1980-1987.

Debido a la variabilidad de un año a otro de la precipitación influenciada principalmente por fenómenos meteorológicos, para calibrar el modelo se utilizó los valores del fundamental de la aproximación de la serie y el segundo, tercero y cuarto armónico ($n=4$). La gráfica 1 muestra los valores observados y los estimados con $n=4$, lo que produce una aproximación bastante real entre valores observados y estimados, por lo que se concluye que la calibración del modelo se lleva a cabo con $n=4$.

IV. VALIDACIÓN DEL MODELO MATEMÁTICO

La validación de la aproximación finita de la serie de Fourier:

$$F_{(x)} = A_0 + \sum_{n=1}^N (A_n \cos nwx_i + B_n \sin nwx_i)$$

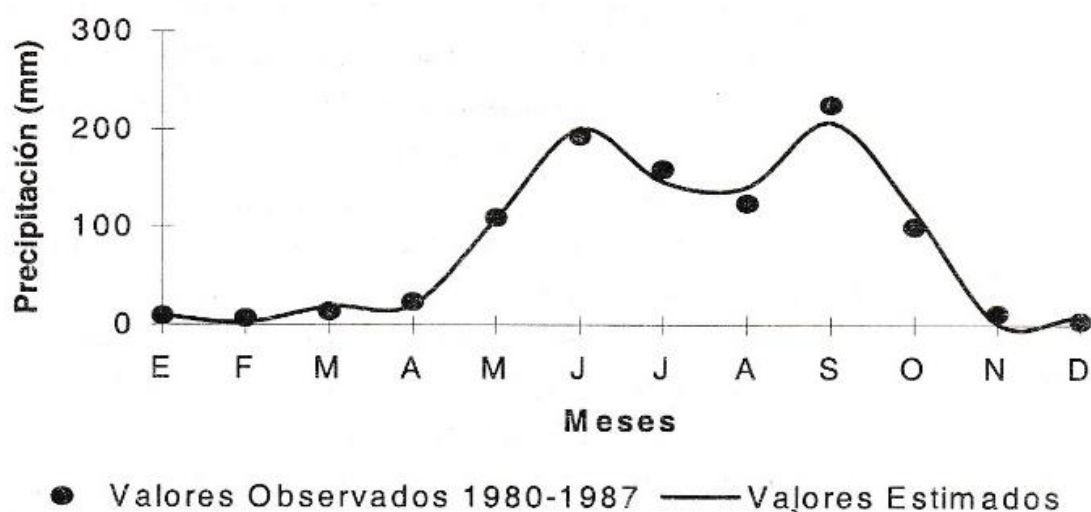
para las condiciones especificadas anteriormente, para este caso específico ($n = 4$) se realizó mediante un análisis gráfico donde se muestra la correspondencia entre los valores observados medio mensuales de la serie de datos 1990-1995 y los valores estimados por la aproximación de la serie de Fourier. Como se puede observar en la Gráfica 2, la aproximación es casi perfecta, lo que sirve de base para que el modelo matemático de la aproximación finita de las series del seno y coseno, pueda utilizarse con bastante confiabilidad para realizar predicciones climatológicas de precipitación. Sin embargo, al igual que otros países del mundo, Guatemala ha sido afectada por los fenómenos meteorológicos de *El Niño* y posteriormente *La Niña*, por lo que pueden hacerse ajustes a la aproximación, cambiando el número de frecuencias naturales (fundamental + $n=2$ hasta $n=6$) hasta ajustar mejor los resultados.

*Guatemala
ha sido
afectada
por los
fenómenos
meteorológicos
de El Niño y
posteriormente
La Niña.*

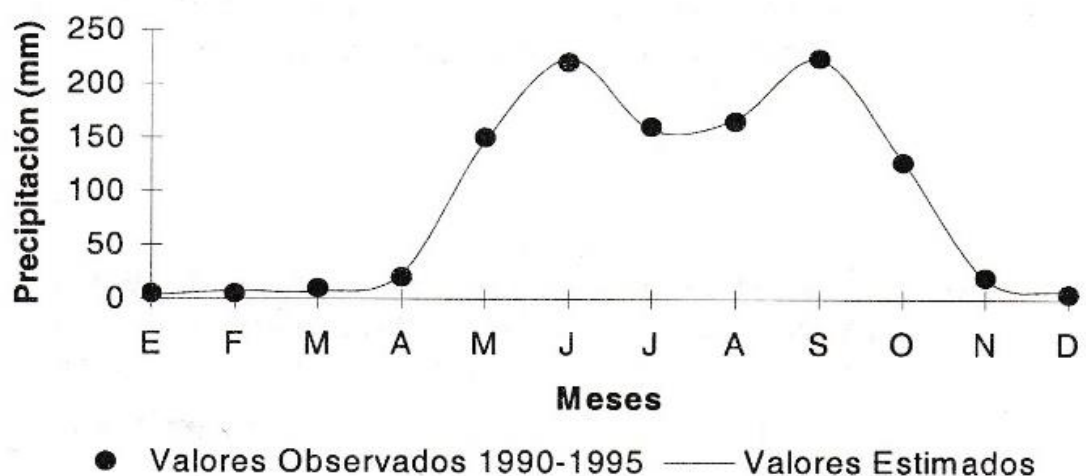
V. PREDICCIÓN CLIMATOLÓGICA

Sabiendo que el modelo matemático de la aproximación de la serie de Fourier para las condiciones dadas

Gráfica 1.
CALIBRACIÓN DE LA APROXIMACIÓN DE LA SERIE DE FOURIER, PARA LA PRECIPITACIÓN DEL VALLE DE GUATEMALA, SERIE DE DATOS 1980-1987.



Gráfica 2.
VALIDACIÓN DE LA APROXIMACIÓN DE LA SERIE DE FOURIER, EN RELACIÓN CON LOS VALORES MEDIOS MENSUALES DE LA PRECIPITACIÓN DEL VALLE DE GUATEMALA, SERIE DE DATOS 1990-1995.



es confiable se puede hacer uso del mismo para realizar una proyección de un término más en la serie, considerando un valor $N = 13$ constante sustituyendo los valores conocidos por los estimados en forma escalonada, y reduciendo una frecuencia natural, es decir usando el fundamental y dos frecuencias naturales ($n=3$), se obtiene la predicción de valores de precipitación, usando como *input* los valores medios mensuales de 1996-1999, de aquí en adelante a esa predicción, se les llamará valores estimados para el año 2000. Estos valores se presentan en el cuadro 2.

La Gráfica 3, presenta los valores de precipitación del cuadro 2, conjuntamente con los valores de evapotranspiración promedio de la serie de datos de 1996-1999. Los valores de evapotranspiración que aquí se presentan fueron determinados usando el tanque de evaporación tipo A y un factor de tanque igual a 0.7 [Luna G.C. & Barrera G.D., 1999].

Dicha representación conjunta se denomina balance hídrico climatológico, que permite observar que de enero hasta mediados de abril existe una zona de déficit de agua en el suelo, de mediados de abril a junio, existe una recarga de la humedad del suelo, posteriormente de junio hasta mediados de octubre

Cuadro 2
VALORES ESTIMADOS DE PRECIPITACIÓN EN MM.
PARA EL VALLE DE GUATEMALA, AÑO 2000.

	E	F	M	A	M	J
Pp	9.55	2.68	17.73	22.14	107.26	200.88
	J	A	S	O	N	D
Pp	148.9	137	213.3	110.46	4.61	7.90

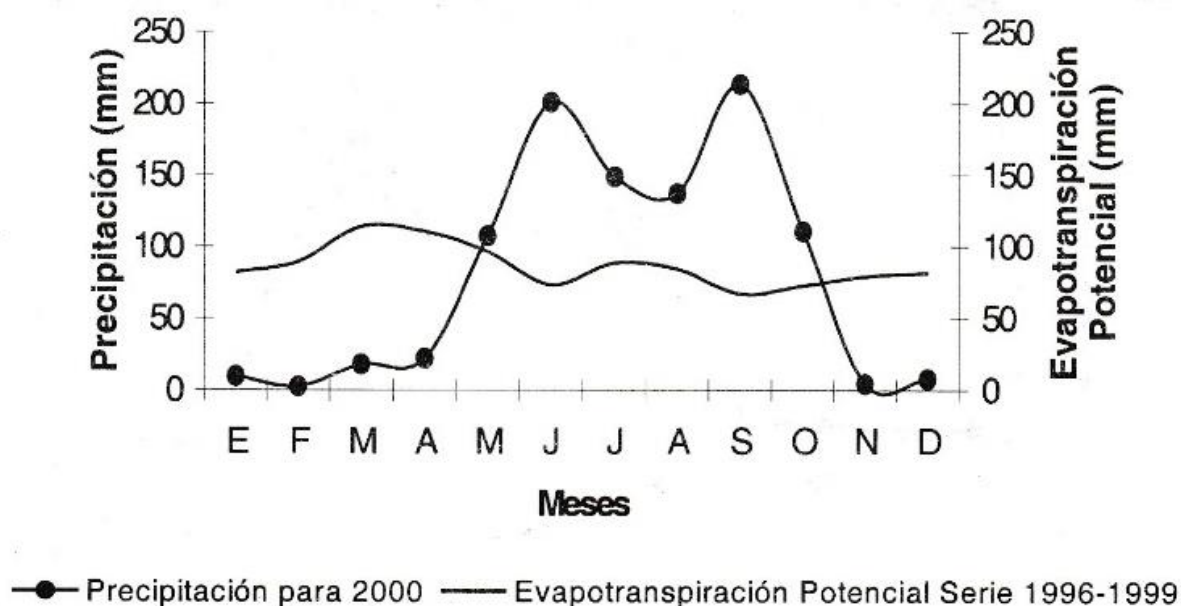
existe un exceso de precipitación, finalmente de mediados de octubre a diciembre se presenta la zona de agotamiento de humedad, para dar inicio nuevamente al proceso armónico de déficit y así sucesivamente, poniendo de manifiesto el inminente comportamiento periódico del parámetro precipitación en países subtropicales.

VI. VARIACIÓN CLIMATOLÓGICA EN EL TIEMPO

Con objeto de ilustrar cómo el clima de la ciudad de Guatemala ha cambiado durante los últimos 25 años, la Gráfica 4 muestra una comparación entre el régimen medio mensual de precipitación durante los años de 1975-1978 y los valores estimados para el año 2000.

El clima de la ciudad de Guatemala ha cambiado durante los últimos 25 años.

Gráfica 3.
BALANCE HÍDRICO CLIMATOLÓGICO PARA EL VALLE DE GUATEMALA.

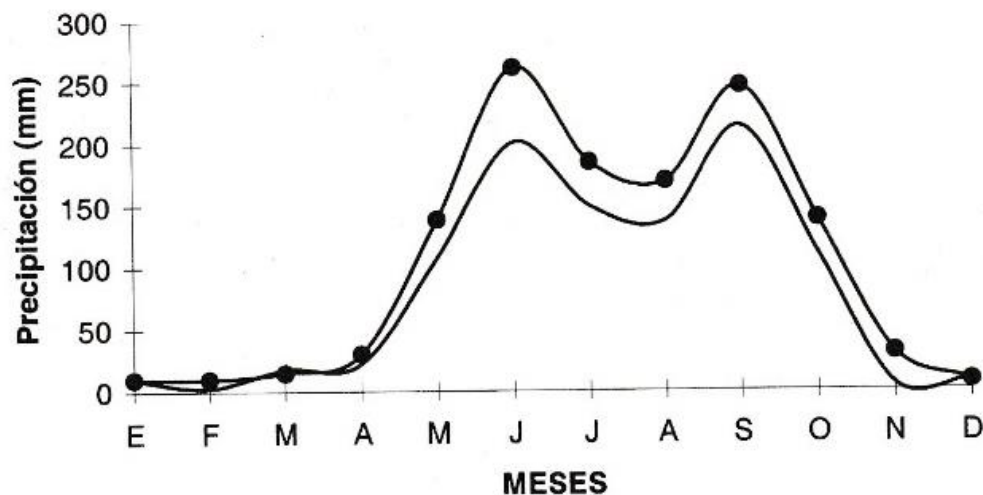


Esta variabilidad que se evidencia en la disminución de la lluvia y cambios en los periodos de canícula (disminución de la cantidad de la precipitación en el período lluvioso) en los últimos 25 años, se puede explicar de muchas maneras, siendo las más predominantes, la tala inmoderada en las cuencas aledañas al valle de Guatemala, un crecimiento urbano sin ordenamiento alguno y presencia de fenómenos meteorológicos que han influido los regímenes de lluvia tal como el fenómeno de *El Niño*.

VI. PRINCIPALES LIMITANTES EN LA PREDICCIÓN NUMÉRICA DEL TIEMPO

Los modelos numéricos son muy útiles en la predicción del tiempo a corto y mediano plazo. Sin embargo

Gráfica 4.
VARIACIÓN DE LA PRECIPITACIÓN PARA EL VALLE DE GUATEMALA,
COMPARACIÓN AÑOS 1975-1978 Y VALORES ESTIMADOS PARA AÑO 2000.



— Valores Estimados para 2000 ● Valores promedio 1970-1975

pueden haber variaciones en la calidad de la predicción, principalmente en el caso de que algunos fenómenos sinópticos importantes en la predicción del tiempo no se encuentren bien representados. Al analizar algún fallo en la predicción, éste se puede deber a: el estado inicial del modelo, el cual no es lo suficientemente preciso, la carencia y baja calidad de la parametrización de la variable bajo estudio (*input*), y una resolución escasa para describir el fenómeno meteorológico apropiado.

REFERENCIAS

- GUATEMALA. INSTITUTO NACIONAL DE SISMOLOGÍA, VULCANOLOGÍA, METEOROLOGÍA E HIDROLOGÍA (INSIVUMEH). Datos meteorológicos serie promedio mensual de 1975-1978; 1980-1987, 1990-1995, y 1996-1999. Hojas de Registro, s.n.p.
- HABERMAN R. 1987. Elementary Applied Partial Differential Equations. Segunda edición, Prince-Hall, INC. Englewood Cliffs, New Jersey. United States of América, 547 p.
- LUNA G.C. & BARRERA G.D. 1999. Aplicaciones de cómputo a la Agricultura. Problema especial, Subárea de Matemática y Física, Facultad de Agronomía. Universidad de San Carlos de Guatemala. 15 p.
- VANEGAS CH. EDDI A. 1998. Aplicaciones de las series de Fourier 'Un enfoque agrícola'. Primera edición, Car-Moy-s. Guatemala. 40 p.